

बहुपद विभाजन दर्पण



प्रिया तात्यल (स.अ.)

राजकीय हाईस्कूल काजमपुर,
देवली, बुलंदशहर

उद्देश्य— शिक्षिका द्वारा गणित शिक्षण में बहुपद विभाजन से सम्बन्धित सवाल जब पारम्परिक ढंग से हल कराया जाता था तो देखा गया कि विद्यार्थी बहुपद विभाजन से सम्बन्धित सवाल को हल करने में कठिनाई महसूस कर रहे हैं। अतः शिक्षिका द्वारा बहुपद विभाजन के सवाल को आसान और रोचक बनाने के लिए बहुपद विभाजन दर्पण टी0एल0एम0 का प्रयोग कर बहुपद विभाजन अवधारणा की स्थायी समझ को विकसित किया गया।



क्रियान्वयन—

यह टी0एल0एम0 बहुपद विभाजन दर्पण मात्र 30 रु में तैयार हो जाता है और बहुपदों के विभाजन को आसान, रोचक और मजेदार विषय बनाता है। इस दर्पण की सहायता से हम विभाजन में होने वाले हर चरण की चित्र द्वारा कल्पना कर समझ सकते हैं।



हम इसे एक उदाहरण के साथ समझते हैं।

मान लीजिये हमें $p(x) = 2x^2 + 7x + 6$ को $q(x) = x+2$ से भाग देना है।

$$\text{तो भाज्य} = p(x) = 2x^2 + 7x + 6 ;$$

$$\text{भाजक} = q(x) = x + 2$$

अब इसे हम अपने दर्पण की सहायता से हल कर भागफल और शेषफल ज्ञात करते हैं।

Step 1:-

इसमें सबसे पहले हम भाजक और भाज्य के $1, x, x^2$ के गुणांकों को बटन की सहायता से दर्पण मे रखेंगे क्योंकि $1, x, x^2$ के गुणांक बहुपद में इनकी संख्या को दर्शाते हैं।

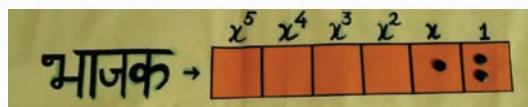
जैसे भाज्य $(2x^2 + 7x, 6)$ में x^2 का गुणांक हैं तो भाज्य ग्रिड के $2x^2$ के बॉक्स में दो बटन, X का गुणांक 7 हैं तो x के बॉक्स में सात बटन और $x^0=1$ का गुणांक बटन रखेंगे | के बॉक्स में छ 1 हैं तो 6

इसी प्रकार भाजक $(x+2)$ के लिए भाजक ग्रिड के x के बॉक्स में बटन और $x^0=1$ के बॉक्स में बटन रख कर प्रदर्शित करेंगे।



$$\text{भाज्य} = 2x^2 + 7x + 6$$

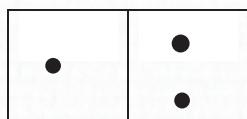
$$\text{भाजक} = x + 2$$



Step 2:-

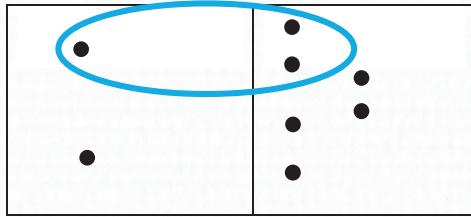
अब हम भाजक ग्रिड में बने बटन के डिज़ाइन

$$x^2 \quad x$$

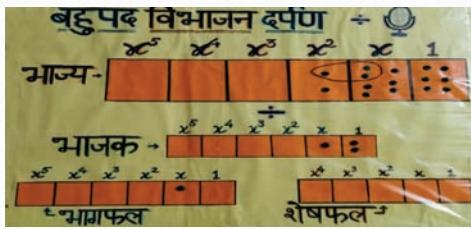


को भाज्य ग्रिड में x की सबसे बड़ी घात अर्थात् बाएँ तरफ से ढूँढना शुरू करेंगे और जब भी हमें भाज्य ग्रिड में समान डिज़ाइन मिलेगा हम उसके लिए एक बटन प्राप्त डिज़ाइन में x की न्यूनतम घात के समान भागफल ग्रिड में उपस्थित बॉक्स में रखेंगे। इस प्रक्रिया को तब तक चालू रखना हैं जब तक हम सारे समान डिज़ाइन्स न ढूँढ ले। अगर अभी भी कोई बटन भाज्य ग्रिड में शेष रहता है तो उसके लिए हम शेषफल ग्रिड में बटन रखेंगे जो हमें शेषफल देता है।

जैसे ऊपर के लिए उदाहरण में भाज्य ग्रिड में प्राप्त डिज़ाइन

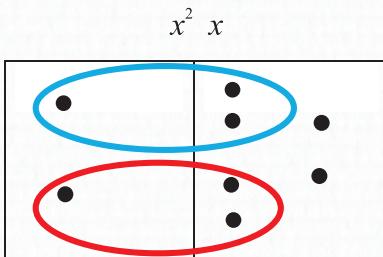


में x की न्यूनतम घात हैं इसीलिए भागफल ग्रिड के $1x$ बॉक्स में 1 बटन रखा है।



x^2, x बॉक्स में पहला डिजाइन

भाज्य ग्रिड में फिर से x^2, x में एक और समान डिजाइन हैं



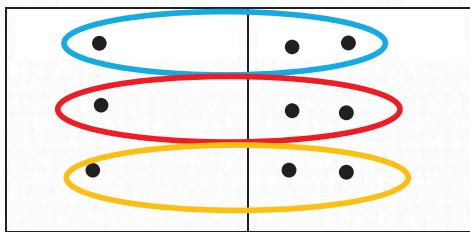
जिसमें फिर से x की न्यूनतम घात हैं इसीलिए भागफल ग्रिड के $1x$ बॉक्स में 1 और बटन रखा है।

x^2, x बॉक्स में दूसरा डिजाइन

Step 3:-

अब भाज्य ग्रिड के x^2 बॉक्स में सभी बटन डिजाइनों में आ चुके हैं इसीलिए अब भाज्य ग्रिड के $x, 1$ बोक्सेस में समान डिजाइन ढूँढ़ेंगे और प्राप्त डिजाइनों की संख्या के अनुरूप भागफल ग्रिड में $x, 1$ में से छोटी घात अर्थात् 1 वाले बॉक्स में बटन रखेंगे।

$x \quad 1$



यहाँ तीन समान डिज़ाइन मिलेंगे।

प्रथम डिज़ाइन के लिए भागफल ग्रिड के 1 बॉक्स में 1 बटन रखा।



$x, 1$ बॉक्स में पहला डिज़ाइन

दूसरे प्राप्त डिज़ाइन के लिए भागफल ग्रिड में फिर से 1 बटन रखा।



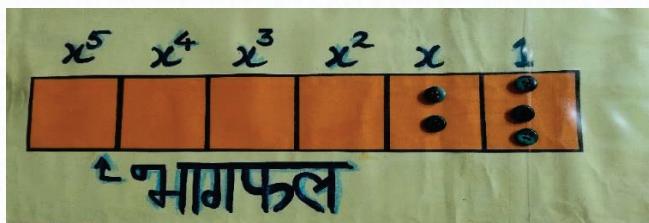
$x, 1$ बॉक्स में दूसरा डिज़ाइन

और तीसरे डिज़ाइन के लिए तीसरा बटन भागफल ग्रिड में रखा।



$x, 1$ बॉक्स में तीसरा डिज़ाइन

इस प्रकार भागफल ग्रिड के • बॉक्स में 2 बटन और 1 बॉक्स में 3 बटन प्राप्त हुए।



अतः हमें $2x + 3$ भागफल के रूप में मिल चुका है।

$$\text{भागफल} = 2x + 3$$

भाज्य ग्रिड में सभी बटन डिज़ाइनों में आ चुके हैं इसीलिए शेषफल कुछ नहीं है।

एतः शेषफल = 0

अब इसी भाग को अगर हम लंबी विभाजन प्रक्रिया द्वारा हल करें तो भी हमें समान भागफल प्राप्त होता है। दोनों तरीकों से भागफल और शेषफल समान हैं।

$$\begin{array}{r}
 x+2 \quad | \quad 2x^2 + 7x + 6 \quad (2x+3 \\
 \cancel{2x^2} \quad | \quad + 4x \\
 \hline
 \cancel{3x} \quad + 6 \\
 \cancel{3x} \quad | \quad \cancel{6} \\
 \hline
 x
 \end{array}$$

लंबी विभाजन प्रक्रिया

प्रभाव— बहुपद विभाजन के सवाल जब शिक्षिका द्वारा बहुपद विभाजन दर्पण द्वारा हल कराये जाते हैं तो विद्यार्थी बहुपद विभाजन के सवाल असानी से हल करते हैं। इससे पूर्व जो विद्यार्थी बहुपदों के विभाजन को करने से डरते थे और बहुत कठिनाई से समझ पाते थे। वे इसके प्रयोग के उपरांत बहुपद विभाजन को बिना डरे रुचिकर तरीके से हल करते हैं। गणित की कक्षा में विद्यार्थी आगे बढ़कर सवालों को हल करते हैं। गणित विषय में बच्चों का उपलब्धि स्तर पहले से बेहतर हुआ है।



लोकलोक