विभाज्यता का महासूत्र

रत्नेष कुमार
(प्रवक्ता)
पूर्व माध्यमिक विद्यालय, जगतपुर,
सुल्तानगंज मैनपुरी

उद्देश्यः— विद्यार्थियों को प्रत्येक संख्या के लिये अलग—अलग विभाज्यता के नियमों को समझने में हो रही कठिनाई को दूर करने के लिये विद्यालय के शिक्षक द्वारा एक नये, उपयोगी सूत्र को विकसित किया गया है। इस एकमात्र सूत्र से विद्यार्थी प्रत्येक प्राकृतिक संख्या के लिये विभाज्यता के नियम स्वयं बना सकता है। यह सूत्र छात्रों को अपनी रचनात्मकता को विकसित करने के लिये प्रोत्साहित करता है तथा समय की बचत करता है। यह प्रतियोगी परीक्षाओं में विद्यार्थियों के लिये बहुत उपयोगी हो सकता है। इस सूत्र का उद्देश्य गणित को विद्यार्थियों के लिये अधिक सुलभ, रोचक और व्यावहारिक बनाना है।

क्रियान्वयन :— विभाज्यता के महासूत्र की परिभाषा यदि निरीक्षित की जाने वाली किसी भाज्य संख्या (ru) के इकाई अंक (u) में (R+1) का गुणा करके भाज्य की शेष बची संख्या (r) में (10-U) का गुणा करके जोड़ दें तो यदि

योगफल भाजक RU से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या (ru) भी भाजक RU से विभाजित हो जायेगी। अर्थात भाजक (RU) के लिए विभाज्यता का महासूत्र निम्नवत् होगा–

$$(10-U)r+u(R+1)$$

प्रतीकः– सूत्र में प्रयुक्त प्रतीक इस प्रकार हैं

RU= वह भाजक संख्या है जिसके लिये विभाज्यता का नियम बनाना है।

U= भाजक का इकाई अंक (Unit Digit)=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

R= इकाई अंक को छोड़ने के बाद भाजक की शेष बची संख्या (remaining digits) =0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11……प्राकृतिक संख्या

ru= वह भाज्य संख्या है जिसे निरीक्षित करना है या जो निरीक्षित करने के लिये दी गई है।

r= इकाई अंक को छोड़ने के बाद भाज्य की शेष बची संख्या (remaining digits)=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11…… प्राकृतिक संख्या

u= भाज्य का इकाई अंक (Unit Digit)=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

चूँकि इस सूत्र की सहायता से सभी प्राकृतिक संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियमों की उत्पत्ति की जा सकती है तथा यह एक महाव्यापक सूत्र है, अतः इस सूत्र को विभाज्यता का महासूत्र कहा गया है।

महासूत्र का अनुप्रयोगः– इस सूत्र से प्रत्येक प्राकृतिक संख्या के लिये विभाज्यता के नियम बनाने के लिये निम्नलिखित पदों का प्रयोग किया जाता है।

(1) सर्वप्रथम जिस संख्या के लिये विभाज्यता का नियम बनाना होता है उसकी तुलना RU से करके R तथा U का मान निकालते हैं।

(2) R तथा U के मान को सूत्र (10-U)r+u(R+1) में रखकर गणना करते हैं। यदि कोई संख्या उभयनिष्ठ नहीं हो तो दिये गये भाजक RU के लिये नियम बनकर तैयार हो जाता है। सभी अभाज्य संख्याओं एवं कुछ भाज्य संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियम दूसरे पद में ही बन जाते हैं।

जैसे:– 7 के लिये विभाज्यता का नियम :–7 के लिये विभाज्यता का नियम बनाने के लिये 7 को 07 लिखकर इसकी तुलना RU से करेगें तो

हमें R=0, U=7 प्राप्त हो जाता है। इनके मान सूत्र में रखने पर 7 के लिये विभाज्यता का निम्नलिखित नियम प्राप्त होता है।

(10-U)r+u(R+1)=(10-7)r+u(0+1)=3r+u यदि दी गई भाज्य संख्या के इकाई अंक को भाज्य संख्या की शेष बची संख्या के 3 गुने में जोड़ दें तो यदि योगफल 7 से विभाजित हो जाता है तो दी गई संख्या भी 7 से विभाजित हो जायेगी।

(3) इस सूत्र का प्रयोग करने पर यदि कोई संख्या उभयनिष्ठ निकाली जा सकती है तो उसे उभयनिष्ठ निकालकर सह–अभाज्य गुणनखण्ड बनाते हैं और यदि सह–अभाज्य गुणनखण्ड बन जाते हैं तो दिये गये भाजक त्न के लिये नियम बनकर तैयार हो जाता है।

जैसे:– 14 के लिये विभाज्यता का नियम:–14 के लिये विभाज्यता का नियम बनाने के लिये 14 की तुलना RU से करेगें तो हमें R=1,U=4 प्राप्त हो जाता है। इनके मान सूत्र में रखने पर 14 के लिये विभाज्यता का नियम निम्नलिखित गणना करके प्राप्त किया जा सकता है।

(10-U)r+u(R+1)=(10-4)r + u(1+1)=6r+2u=2[3r+u]=2[(10-7)r+u(0+1)]=2 × 07=2 × 7 चूँकि 2 एवं 7 सह–अभाज्य संख्यायें हैं अत: 14 के लिये विभाज्यता का नियम निम्नलिखित तरह से परिभाषित कर सकते हैं।

यदि दी गई भाज्य संख्या 2 एवं 7 से विभाजित हो जाती है तो वह संख्या 14 से भी विभाजित हो जायेगी।

(4) **प्रथम विधि–** यदि सह–अभाज्य गुणनखण्ड नहीं बन पाते हैं तो उभयनिष्ठ निकाली गयी संख्या से निरीक्षित किये जाने वाले भाज्य में भाग देते हैं तथा भागफल को दूसरे गुणनखण्ड से निरीक्षित करते हैं और दिये गये भाजक RU के लिये नियम बनकर तैयार हो जाता है।

द्वितीय विधि– यदि सह–अभाज्य गुणनखण्ड नहीं बन पाते हैं तो गुणनखण्डों को उभयनिष्ठ निकाली गयी संख्या के घात के रूप में लिख लेते हैं और निम्नलिखित उदाहरण की तरह सम्बन्धित भाजक के लिये विभाज्यता के नियम बना लेते हैं।

जैसे:– 16 के लिये विभाज्यता का नियम:–16 के लिये विभाज्यता का

नियम बनाने के लिये 16 की तुलना RU से करेगें तो हमें R=1,U=6 प्राप्त हो जाता है। इनके मान सूत्र में रखने पर 16 के लिये विभाज्यता का निम्नलिखित नियम प्राप्त होता है।

$(10-U)r+u(R+1)=(10-6)r+u(1+1)=4r+2u=2[2r+u]=2[(10-8)+(0+1)]=2\times 08=2\times 8$

प्रथम विधि :—चूँकि 2 एवं 8 सह–अभाज्य संख्यायें नहीं हैं अतः 16 के लिये विभाज्यता का नियम निम्नलिखित तरह से बना सकते हैं।

यदि दी गई संख्या में 2 से भाग देने पर भागफल 8 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी 16 से विभाजित हो जायेगी।

द्वितीय विधिः— चूँकि 2 एवं 8 सह–अभाज्य संख्यायें नहीं हैं अतः 2×8 को 2 की घात के रूप में लिख लेगें जैसे $2\times 8=2$^4 उसके बाद दी गयी संख्या के दायीं ओर से घात के मान 4 के बराबर अंक 16 से निरीक्षित करेगे। अब 16 के लिये विभाज्यता का नियम निम्नलिखित तरह से बना सकते हैं। यदि दी गई संख्या के दायीं ओर के चारों अंक 0000 हों या दायी ओर के चारों अंक 16 से विभाजित हो जाते हैं तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी 16 से विभाजित हो जायेगी।

जैसेः— 27 के लिये विभाज्यता का नियमः—27 के लिये विभाज्यता का नियम बनाने के लिये 27 की तुलना RU से करेगें तो हमें R=2,U=7 प्राप्त हो जाता है। इनके मान सूत्र में रखने पर 27 के लिये विभाज्यता का निम्नलिखित नियम प्राप्त होता है।

$(10-U)r+u(R+1)=(10-7)r+u(2+1)=3r+3u=3[r+u]=3[(10-9)+(0+1)]=3\times 09=3\times 9$

प्रथम विधिः—चूँकि 3 एवं 9 सह–अभाज्य संख्यायें नहीं हैं अतः 27 के लिये विभाज्यता का नियम निम्नलिखित तरह से बना सकते हैं।

यदि दी गई संख्या में 3 से भाग देने पर भागफल 9 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी 27 से विभाजित हो जायेगी।

द्वितीय विधिः— चूँकि 3 एवं 9 सह–अभाज्य संख्यायें नहीं हैं अतः 3×9 को 3 की घात के रूप में लिख लेगें जैसे 39=3^3 उसके बाद दी गयी

संख्या के दायीं ओर से घात के मान 3 के बराबर तीन तीन अंकों के समूह बनाकर जोड़ते हैं यदि योगफल 27 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी 27 से विभाजित हो जायेगी।

तीन अंकों या अधिक अंकों वाली संख्या के लिये विभाज्यता का नियम

999 के लिये विभाज्यता का नियमः— 999 के लिये विभाज्यता का नियम बनाने के लिये 999 की तुलना RU से करेगें तो हमें R=99, U=9 प्राप्त हो जाता है। इनके मान सूत्र में रखने पर 999 के लिये विभाज्यता का निम्नलिखित नियम प्राप्त होता है।

$$(10-U)r+u(R+1)=(10-9)r+u(99+1)=r+100u$$

यदि निरीक्षित की जाने वाली किसी भाज्य संख्या के इकाई अंक के सौ गुने को भाज्य संख्या की शेष बची संख्या में जोड़ दें तो यदि योगफल 999 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी 999 से विभाजित हो जायेगी।

नोटः—उपर्युक्त की भांति हम इस सूत्र की सहायता से प्रत्येक प्राकृतिक संख्या के लिये विभाज्यता के नियम कुछ ही पलों में बना सकते हैं।

महासूत्र की सहायता से संख्याओं की विभाज्यता की जॉच एवं विभाज्यता के महासूत्र की विशेषतायें:—

(1) इस सूत्र का प्रयोग करने पर यदि योगफल निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या (ru) से अधिक आता है तो निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या, भाजक (RU) से विभाजित नहीं होगी। यह प्रथम पद (केवल एक पद) में ही ज्ञात हो जायेगा।

उदाहरणः—(1) जाँच या निरीक्षित कीजिये कि 188, 31 से विभाजित होगी या नही?

हलः— भाजक (RU) के लिए विभाज्यता का महासूत्र (10-U)r+u(R+1)

यहॉ भाजक (RU=31) के लिये R=3,U=1 एवं विभाज्यता का नियम

(10-U)r+u(R+1)=(10-1)r+u(3+1)=9r+4u................(1)

अर्थात् यदि निरीक्षित की जाने वाली किसी भाज्य संख्या (ru) के इकाई

अंक (u) के 4 गुने में भाज्य की शेष बची संख्या (r) के 9 गुने में जोड़ दें तो यदि योगफल 31 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी भाजक 31 से विभाजित हो जायेगी। 188 के लिये भाज्य $=ru=188$ तथा $r=18, u=8$ का मान सूत्र (1) में रखने पर $=9\times18+8\times4$ $=194$ चूँकि $194>188$ शब्दों में, योगफल > भाज्य अतः 188, 31 से पूरी तरह विभाजित नहीं होगी।

(2) इस सूत्र का प्रयोग करने पर यदि योगफल निरीक्षित की जाने वाली संख्या के बराबर आता है तो निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या, भाजक से अवश्य विभाजित होगी। इसके लिये यह आवश्यक है कि भाज्य का मान 10 या 10 से अधिक हो। (यह भी पहले ही पद में स्पष्ट हो जायेगा।)

उदाहरणः–जॉच या निरीक्षित कीजिये कि 123, 41 से विभाजित होगी या नही?

हलः– भाजक (RU) के लिए विभाज्यता का महासूत्र= $(10-U)\times r+u\times(R+1)$

यहाँ भाजक $(RU=41)$ के लिये $R=4$, $U=1$ एवं विभाज्यता का नियम

$(10-U)\times r+u\times(R+1)=(10-1)\times r+u\times(4+1)=9r+5u$................(2)

अर्थात् यदि निरीक्षित की जाने वाली किसी भाज्य संख्या (ru) के इकाई अंक (u) के 5 गुने को भाज्य की शेष बची संख्या (r) के 9 गुने को जोड़ दें तो यदि योगफल 41 से विभाजित हो जाता है तो निरीक्षित की जाने वाली संख्या भी भाजक 41 से विभाजित हो जायेगी।

123 के लिये भाज्य $=ru=123$ तथा $r=12, u=3$ का मान सूत्र (2) में रखने पर योगफल $=9\times12+3\times5=123$

चूँकि योगफल = भाज्य $=123$

अतः 123, 41 से पूरी तरह विभाजित होगी।

(3) ''दूसरी विशेषता 10 के गुणांकों जैसे 20, 30, 40, 50 पर पूरी तरह लागू नहीं होती है। अतः भाजक एवं भाज्य जो 10 के गुणांक हैं उनको

निरीक्षित करने से पूर्व भाज्य एवं भाजक संख्याओं से शून्यों की बराबर संख्या इकाई, दहाई, सैकड़े ....आदि से हटाने के बाद ही विभाज्यता के महासूत्र का प्रयोग करना चाहिये।

(4) इस सूत्र का प्रयोग करने पर यदि योगफल निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या (ru) से कम आता है तो निरीक्षित की जाने वाली भाज्य संख्या, भाजक (RU) से विभाजित हो भी सकती है और नहीं भी दोनो तरह की सम्भावना रहती है। अतः महासूत्र से बने नियम का बार–2 प्रयोग करना चाहिये।

(5) इस महासूत्र से सभी प्राकृतिक संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियम बनाये जा सकते हैं चाहे वह संख्या कितनी भी बड़ी क्यों न हों।

(6) यदि अनन्त का कोई निश्चित मान होता तो अनन्त के लिये विभाज्यता का नियम भी इस महासूत्र से बनाया जाना सम्भव हो जाता। किन्तु अनन्त का कोई निश्चित मान न होने के कारण इस महासूत्र से केवल अनन्त के लिये विभाज्यता के नियम को नहीं बनाया जा सकता है।

(7) बहुत से विभाज्यता सम्बन्धी प्रश्नों को इस सूत्र की सहायता सें बहुत कम समय में हल किया जा सकता है।

(8) इस सूत्र को समझने के बाद, पहले से उपलब्ध प्रत्येक संख्या के लिये अलग–अलग विभाज्यता के परम्परागत नियमों को रटने की विशेष आवश्यकता नहीं पड़ेगी।

(9) यह महासूत्र बहुत सरल और महाव्यापक है।

(10) इस सूत्र की सहायता से सभी पूर्ण संख्याओं को दस संख्या परिवारों में विभाजित किया जा सकता है।

प्रभावः– इस सूत्र का प्रदर्शन शिक्षक ने अपने विद्यालय के अतिरिक्त देश की विभिन्न शिक्षण संस्थाओं में किया है। शिक्षक ने पाया कि जो छात्र प्रथम 10 संख्याओं के विभाज्यता के नियम बताने में असहज थे वे सब यह महासूत्र सीखने के बाद छोटी, बड़ी सभी प्राकृतिक संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियम आसानी से बनाने लगे है। कुछ विद्यार्थी तो विभिन्न संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियम मौखिक बनाने लगे। इस प्रकार यह सूत्र रचनात्मकता को बढ़ावा देता

है और छात्रों को विभिन्न संख्याओं के लिये विभाज्यता के नियमों को याद करने के बोझ से मुक्त करता है। विद्यार्थियों के समस्या–समाधान कौशल को विकसित करने के लिये यह सूत्र प्रोत्साहित करता है। यह उनके समय की बचत करता है जिससे यह प्रतियोगी परीक्षाओं में उनके लिये बहुत सहायक हो सकता है। यह विद्यार्थियों और अध्यापकों दोनों के लिये बहुत उपयोगी है। यह सूत्र गणित को विद्यार्थियों के लिये अधिक सुलभ, रोचक और व्यावहारिक बनाने में मदद करता है। संक्षेप में यह सूत्र गणित के क्षेत्र में महत्वपूर्ण योगदान दे सकता है।

Government Of India
Copyright Office
Extract from the Register of Copyrights

Registration Number : L-53609/2013

Name, address and nationality of the applicant : RATNESH KUMAR

Nature of the applicant's interest in the copyright of the work : OWNER

Class and description of the work : LITERARY/ DRAMATIC WORK

Title of the work : GREAT FORMULA OF DIVISIBILITY & DECADELAW

Language of the work : HINDI

Whether the work is published or unpublished : PUBLISHED

Year and country of first publication and name, address and nationality of the publisher : 2012 INDIA

DEPUTY REGISTRAR OF COPYRIGHTS

उत्तर प्रदेश के रत्नेश शाक्य ने खोजा विभाज्यता का महासूत्र